

**«УТВЕРЖДАЮ»**

**Директор Федерального института  
педагогических измерений**



**А.Г. Ершов**

**2008 г.**

**«СОГЛАСОВАНО»**

**Председатель Научно-  
методического совета ФИПИ  
по математике**

**Г.Г. Канторович**

**«24» ноября 2008 г.**

**Государственная (итоговая) аттестация выпускников IX классов  
общеобразовательных учреждений 2009 г.  
(в новой форме) по АЛГЕБРЕ**

**Демонстрационный вариант экзаменационной работы**

**подготовлен Федеральным государственным научным учреждением**

**«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»**

**Заместитель директора ФИПИ**

**А.О. Татур**

**Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой  
аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений  
2009 года (в новой форме)  
по АЛГЕБРЕ**

**Демонстрационный вариант 2009 года**

**Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы**

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2009 года следует иметь в виду, что при сохранении перечня разделов, выносимых на проверку, содержание конкретных заданий в КИМ 2009 года может быть другим. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru). Последовательность блоков содержания в КИМ 2009 года также может варьироваться.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

**Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой  
аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений  
2009 года (в новой форме)  
по АЛГЕБРЕ**

**Демонстрационный вариант 2009 года**

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей. В первой части 16 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа. Время на выполнение первой части ограничено: на нее отводится 60 минут.

При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте.

Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26

~~2) 20~~

3) 15

4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ:  ~~$x = -12$~~   $x = 3$

Все необходимые вычисления, преобразования и прочее выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить нужные линии, отмечать точки.

Задания второй части выполняются на отдельных листах или бланках с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны в работе. С целью экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

***Желаем успеха!***

## Часть 1

**1** Расположите в порядке возрастания числа: 0,0902; 0,09; 0,209.

- 1) 0,209; 0,0902; 0,09
- 2) 0,09; 0,0902; 0,209
- 3) 0,09; 0,209; 0,0902
- 4) 0,0902; 0,09; 0,209

**2** Какое из чисел  $\sqrt{0,004}$ ,  $\sqrt{4000}$ ,  $\sqrt{400}$  является рациональным?

- 1)  $\sqrt{0,004}$
- 2)  $\sqrt{4000}$
- 3)  $\sqrt{400}$
- 4) ни одно из этих чисел

**3** Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один мандарин в среднем содержит 35 мг витамина С. Сколько примерно процентов дневной нормы витамина С получил человек, съевший один мандарин?

- 1) 170%
- 2) 58%
- 3) 17%
- 4) 0,58%

**4** Найдите значение выражения  $\frac{a+b}{c}$  при  $a = 8,4$ ;  $b = -1,2$ ;  $c = -4,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

**5** Цена килограмма орехов  $a$  рублей. Сколько рублей надо заплатить за 300 граммов этих орехов?

- 1)  $\frac{a}{300}$  (р.)
- 2)  $300a$  (р.)
- 3)  $0,3a$  (р.)
- 4)  $\frac{10a}{3}$  (р.)

**6** В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

- 1)  $3(x - y) = 3x - y$
- 2)  $(3 + x)(x - 3) = 9 - x^2$
- 3)  $(x - y)^2 = x^2 - y^2$
- 4)  $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

7

Упростите выражение  $\frac{3}{2x} + \frac{1}{x}$ .

1)  $\frac{4}{3x}$

2)  $\frac{5}{2}$

3)  $\frac{5}{2x^2}$

4)  $\frac{5}{2x}$

8

Найдите частное  $\frac{2,4 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-3}}$ . Ответ запишите в виде десятичной дроби.

Ответ: \_\_\_\_\_

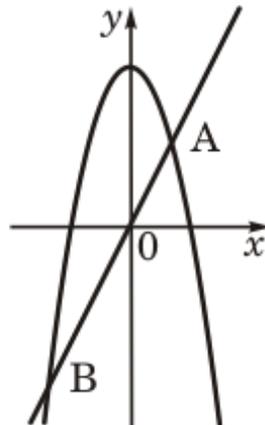
9

Решите уравнение  $3 - 2x = 6 - 4(x + 2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_

10

Прямая  $y = 2x$  пересекает параболу  $y = -x^2 + 8$  в двух точках. Вычислите координаты точки  $A$ .



Ответ: \_\_\_\_\_

11

Путь от поселка до железнодорожной станции пешеход прошел за 4 ч, а велосипедист проехал за 1,5 ч. Скорость велосипедиста на 8 км/ч больше скорости пешехода. С какой скоростью ехал велосипедист?

Какое уравнение соответствует условию задачи, если буквой  $x$  обозначена скорость велосипедиста (в км/ч)?

1)  $\frac{4}{x} - \frac{1,5}{x} = 8$

2)  $\frac{x}{4} + 8 = \frac{x}{1,5}$

3)  $1,5(x + 8) = 4x$

4)  $4(x - 8) = 1,5x$

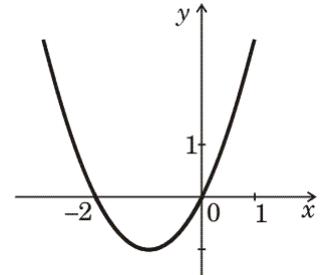
**12** Решите неравенство  $10x - 4(2x - 3) > 4$ .

- 1)  $x > -\frac{1}{4}$                       2)  $x > 8$                       3)  $x > -4$                       4)  $x < -4$

**13** На рисунке изображен график функции  $y = x^2 + 2x$ .

Используя график, решите неравенство  $x^2 + 2x > 0$ .

- 1)  $(-\infty; 0)$   
 2)  $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$   
 3)  $(-2; 0)$   
 4)  $(-2; +\infty)$



**14** Каждой последовательности, заданной формулой  $n$ -го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

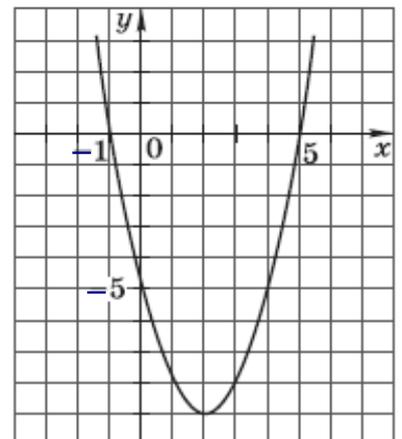
- |                |   |
|----------------|---|
| А) $x_n = n^2$ | 1) Последовательность – арифметическая прогрессия |
| Б) $y_n = 2n$  | 2) Последовательность – геометрическая прогрессия |
| В) $z_n = 2^n$ | 3) Последовательность не является прогрессией     |

Ответ:

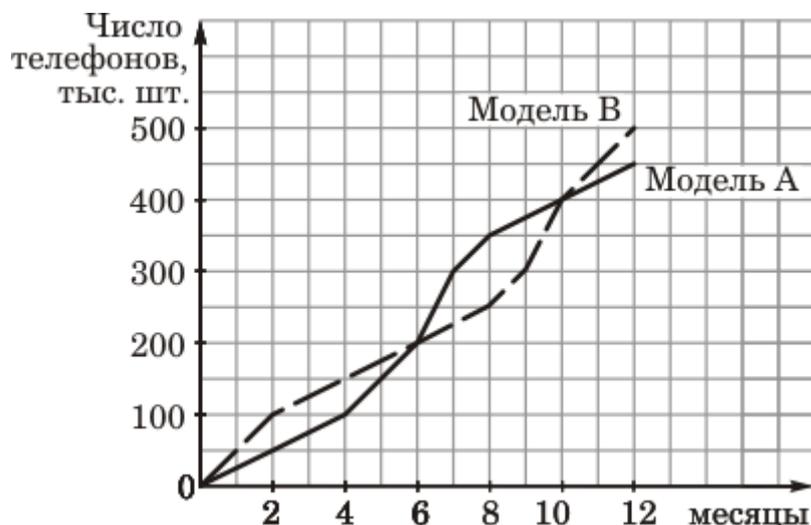
А	Б	В

**15** График какой квадратичной функции изображен на рисунке?

- 1)  $y = x^2 + 4x - 5$   
 2)  $y = -x^2 - 6x - 5$   
 3)  $y = x^2 - 4x - 5$   
 4)  $y = -x^2 + 6x - 5$



- 16** Фирма начала продавать две новые модели телефонов — А и В. На графиках показано, как росло в течение года количество проданных телефонов. (По горизонтальной оси откладывается время, прошедшее с начала продаж, в месяцах; по вертикальной — число телефонов, проданных с начала продаж, в тыс. шт.). Сколько всего телефонов этих двух моделей было продано за первые десять месяцев?



Ответ: \_\_\_\_\_

## Часть 2

*Задания этой части (17—21) выполняйте с записью решения.*

- 17** Постройте график функции  $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ . Укажите наименьшее значение этой функции.
- 18** Выясните, имеет ли корни уравнение  $x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11$ .
- 19** Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.
- 20** Найдите наименьшее значение выражения  $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2$  и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается.
- 21** Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

**Система оценивания экзаменационной работы по алгебре**

Ответы на задания с кратким и развернутым ответом приводятся в одной из возможных форм. Правильный ответ учащегося, данный в какой-либо иной форме, например,  $-\frac{8}{5}$  вместо  $-1,6$ , необходимо засчитывать.

**Часть 1**

Номер задания	Ответ
1	2
2	3
3	2
4	$-1,6$
5	3
6	4
7	4
8	0,012
9	$-2,5$
10	A(2; 4)
11	4
12	3
13	2
14	312
15	3
16	800 тыс.

**Часть 2**

**Пояснительная записка.** Требования к выполнению заданий с развернутым ответом заключаются в следующем: решение должно быть математически грамотным и полным, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося. Оформление решения должно обеспечивать выполнение указанных выше требований, а в остальном может быть произвольным. Если решение ученика удовлетворяет этим требованиям, то ему, в зависимости от полноты и правильности выполнения, выставляется полный или «частичный» балл.

Ниже предлагаются две модели начисления баллов. Выбор модели предоставляется регионам.

За выполнение заданий части 1 (№№ 1 – 16) учащийся получает:

по модели 1 – 0,5 балла;

по модели 2 – 1 балл.

*По модели 1* учащийся, демонстрирующий умение решить ту или иную задачу второй части, получает установленный балл (задание № 17 – 2 балла, №№ 18 и 19 – 4 балла, №№ 20 и 21 – 6 баллов) или балл, на 1 меньше установленного (в случае, если решение содержит несущественный недочет или даже несущественную ошибку). Поэлементное оценивание не предусматривается.

*По модели 2* в зависимости от полноты и правильности решения учащемуся выставляется от 0 до максимального балла за каждое задание. Максимальный балл за задание: № 17 – 2 балла, №№ 18 и 19 – 3 балла, №№ 20 и 21 – 4 балла.

При оценивании по любой из моделей должно выполняться следующее требование: **выполнение задания оценивается положительным баллом (любым в соответствии с принятой моделью) только в том случае, когда из записей учащегося можно сделать вывод о том, что в принципе он знает ход решения.**

### Решения Задание 17

Постройте график функции  $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$ . Укажите наименьшее значение этой функции.

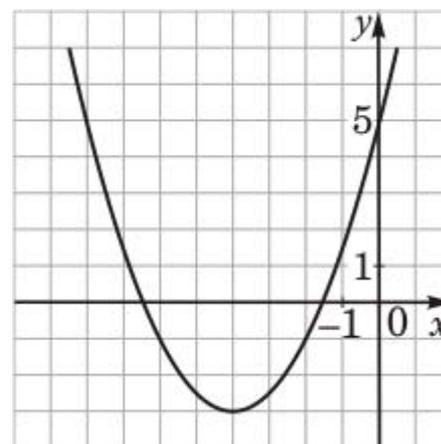
//Ответ: график изображен на рисунке;  
 $y_{\text{наим.}} = -3$ .

//Решение. График — парабола, ветви которой направлены вверх. Найдем координаты вершины:  $x = -\frac{b}{2a} = x_0 = \frac{-4}{1} = -4$ ;

$$y = \frac{1}{2} \cdot 16 - 16 + 5 = -3.$$

Наименьшее значение функции равно  $-3$ .

Замечание. Учащийся может вычислить координаты вершины параболы и другим способом.



### Модель 1 и модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно построен график, верно указано наименьшее значение функции.
1	Правильно построен график, но отсутствует ответ на вопрос; или при правильных вычислениях допущены очевидные погрешности при построении графика (например, «негладкая» вершина).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. В случае отсутствия вычислений в чистовике при правильном построении параболы решение должно быть засчитано.

### Задание 18

Выясните, имеет ли корни уравнение  $x^2 + 2x\sqrt{5} + 2x = -11$ .

//Ответ: не имеет.

//Решение. Представим уравнение в виде  $x^2 + 2(\sqrt{5} + 1)x + 11 = 0$ .

Определим знак дискриминанта:  $D_1 = (\sqrt{5} + 1)^2 - 11 = 5 + 1 + 2\sqrt{5} - 11 = 2\sqrt{5} - 5$ .

Так как  $2\sqrt{5} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0$ , то уравнение корней не имеет.

Замечание. Уравнение может быть представлено в виде  $x^2 + (2\sqrt{5} + 2)x + 11 = 0$ ; учащийся может вычислить дискриминант  $D$  квадратного уравнения.

### Критерии оценивания

#### Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Уравнение правильно приведено к виду $ax^2 + bx + c = 0$ , правильно найдено выражение $D_1$ (или $D$ ), определен его знак и дан верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но: допущена одна ошибка вычислительного характера, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или: при верно вычисленном дискриминанте допущена ошибка при определении его знака; или: при определении знака дискриминанта записано верное неравенство, но не показано, как оно получено.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в составлении выражения  $D_1$  (или  $D$ ), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

#### Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Уравнение правильно приведено к виду $ax^2 + bx + c = 0$ , правильно найдено выражение $D_1$ (или $D$ ), определен его знак и дан верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна ошибка вычислительного характера, с ее учетом все дальнейшие шаги выполнены верно; или при определении знака дискриминанта записано верное неравенство, но не показано, как оно получено.

1	Ход решения верный: уравнение правильно приведено к виду $ax^2 + bx + c = 0$ , правильно найдено выражение $D_1$ (или $D$ ), но решение не доведено до конца (не выполнено сравнение полученного выражения с нулем, не сделан вывод о наличии корней).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Ошибки в составлении выражения  $D_1$  (или  $D$ ), в применении формулы квадрата двучлена считаются существенными, и решение при их наличии не засчитывается.

### Задание 19

Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 160, которые не делятся на 4.

//Ответ: 9600.

//Решение. Пусть  $S$  — искомая сумма;  $S = S_1 - S_2$ , где  $S_1$  — сумма всех натуральных чисел, не превосходящих 160,  $S_2$  — сумма всех натуральных чисел, кратных 4 и не превосходящих 160.

Найдем  $S_1$ :  $S_1 = \frac{1+160}{2} \cdot 160 = 161 \cdot 80$ .

В последовательности  $(a_n)$  чисел, кратных 4 и не превосходящих 160,  $a_1 = 4$ ,  $a_n = 160$ . Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой  $a_n = 4n$ , то  $4n = 160$ ,  $n = 40$ .

Теперь найдем  $S_2$ :  $S_2 = \frac{4+160}{2} \cdot 40 = 82 \cdot 40$ .

Получим:  $S = S_1 - S_2 = 161 \cdot 80 - 82 \cdot 40 = 40(322 - 82) = 9600$ .

### Критерии оценивания

#### Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
3	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка, или непринципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

### Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Найден правильный ход решения, все его шаги выполнены верно, получен верный ответ.
2	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена одна описка или непринципиальная ошибка вычислительного характера (например, при вычислении $S_1$ или $S_2$ ), с ее учетом дальнейшие шаги выполнены верно.
1	Ход решения правильный, решение доведено до конца, но допущена ошибка, свидетельствующая о непонимании некоторых содержательных аспектов задания (например, неправильно найдено количество чисел, кратных 4; или суммировались числа, строго меньшие 160, а не меньшие либо равные 160).
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

### Задание 20

Найдите наименьшее значение выражения  $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2$  и значения  $x$  и  $y$ , при которых оно достигается.

//Ответ: наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при  $x = -2, y = 1$ .

//Решение. При любых значениях  $x$  и  $y$   $(2x + y + 3)^2 + (3x - 2y + 8)^2 \geq 0$ . Значение, равное 0, достигается только в том случае, когда  $2x + y + 3$  и  $3x - 2y + 8$  равны нулю одновременно.

Составим систему уравнений  $\begin{cases} 2x + y + 3 = 0 \\ 3x - 2y + 8 = 0 \end{cases}$ . Решив ее, получим:

$$x = -2, y = 1.$$

Таким образом, наименьшее значение выражения равно 0, оно достигается при  $x = -2, y = 1$ .

**Критерии оценивания  
Модель 1**

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
6	Найден правильный способ решения, все его шаги выполнены верно, решение содержит пояснения, получен правильный ответ.
5	При правильном решении отсутствуют какие-либо пояснения; или при правильном ходе решения дан неполный ответ (не указано наименьшее значение выражения); или правильно составлена система уравнений, но при ее решении допущена вычислительная ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**Модель 2**

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки выполнения задания</b>
4	Найден правильный способ решения, все его шаги выполнены верно, решение содержит пояснения, получен правильный ответ.
3	При правильном решении отсутствуют какие-либо пояснения, или они содержат логические погрешности.
2	Правильно составлена система уравнений, имеются пояснения, но при решении системы допущена вычислительная ошибка (ответ может быть неверным) или дан неполный ответ (не указано наименьшее значение выражения).
1	При верном ходе решения имеют место какие-либо два из указанных выше недостатков.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

**Задание 21**

Найдите все значения  $k$ , при которых прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках ломаную, заданную условием:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

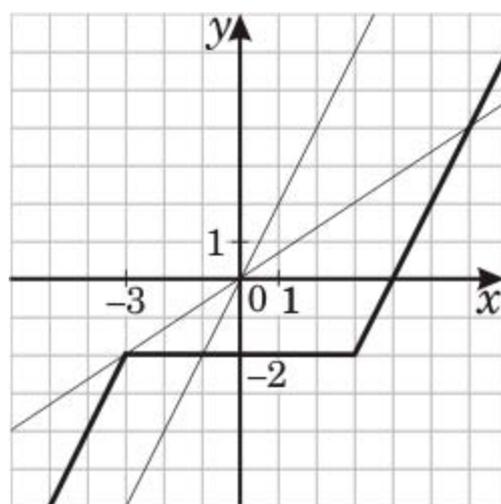
//Ответ:  $\frac{2}{3} < k < 2$ . Другие возможные формы ответа:  $k \in (\frac{2}{3}; 2)$  или  $(\frac{2}{3}; 2)$ .

//Решение. Построим ломаную, заданную условиями:

$$y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } x < -3 \\ -2, & \text{если } -3 \leq x \leq 3 \\ 2x - 8, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Прямая  $y = kx$  пересекает в трех различных точках эту ломаную, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку  $(-3; -2)$ , и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым  $y = 2x - 8$  и  $y = 2x + 4$ .

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку  $(-3; -2)$ :  $-2 = -3k$ ,  $k = \frac{2}{3}$ . Угловой коэффициент  $k$  прямой, параллельной прямой  $y = 2x - 8$ , равен 2. Прямая  $y = kx$  имеет с ломаной три общие точки при  $\frac{2}{3} < k < 2$ .



**Критерии оценивания  
Модель 1**

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .
5	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$ , или вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.

### Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Правильно построена ломаная, верно найдено множество значений коэффициента $k$ .
3	Правильно построена ломаная, решение доведено до конца, но вместо $k = \frac{2}{3}$ указано $k = \frac{3}{2}$ , или вместо строгого неравенства при записи множества значений $k$ записано нестрогое неравенство.
2	Правильно построена ломаная, получено одно из неравенств ( $k > \frac{2}{3}$ или $k < 2$ ), но вторая граница значений $k$ не указана.
1	Идея решения присутствует, но оно не доведено до конца: а именно, построена ломаная и проведены две граничные прямые или какая-нибудь прямая, пересекающая ломаную в трех точках, дальнейшие шаги отсутствуют.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Комментарий. Если график построен неправильно, или график построен правильно, но дальнейшие шаги отсутствуют, то решение не засчитывается.