

**Проект подготовлен к общественно-профессиональному
обсуждению**

Государственная (итоговая) аттестация 2013 года (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы

Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2013 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего
образования

подготовлен Федеральным государственным бюджетным научным
учреждением «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ»

Демонстрационный вариант
экзаменационной работы для проведения в 2013 году
государственной (итоговой) аттестации (в новой форме)
по МАТЕМАТИКЕ обучающихся, освоивших основные
общеобразовательные программы основного общего образования

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включённые в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2013 году. Разделы содержания, на которых базируются контрольные измерительные материалы, определены в спецификации; полный перечень соответствующих элементов содержания и умений, которые могут контролироваться на экзамене 2013 года, приведён в кодификаторах, размещённых на сайте: www.fipi.ru.

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Инструкция по выполнению работы

Общее время экзамена — 235 минут.

Всего в работе 26 заданий, из которых 20 заданий базового уровня (часть I) и 6 заданий повышенного уровня (часть II).

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика».

Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в *части I* — 8 заданий с кратким ответом, выбором ответа и установлением соответствия; в *части II* — 3 задания с полным решением.

Модуль «Геометрия» содержит 8 заданий: в *части I* — 5 заданий с кратким ответом, в *части II* — 3 задания с полным решением.

Модуль «Реальная математика» содержит 7 заданий: все задания — в *части I*, с кратким ответом и выбором ответа.

Сначала выполняйте задания части I. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нём можно выполнять необходимые Вам построения. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении заданий с выбором ответа обведите номер выбранного ответа в экзаменационной работе. Если Вы обвели не тот номер, то зачеркните обведённый номер крестиком и затем обведите номер нового ответа.

Если варианты ответа к заданию не приводятся, полученный ответ записывается в отведённом для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Если в задании требуется установить соответствие между некоторыми объектами, впишите в приведённую в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

Решения заданий части II и ответы к ним записываются на отдельном листе. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Баллы, полученные Вами за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 4 баллов по модулю «Алгебра», не менее 2 баллов по модулю «Геометрия» и не менее 2 баллов по модулю «Реальная математика».

Желаем успеха!

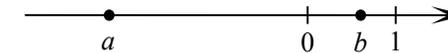
Часть 1

Модуль «Алгебра»

1 Найдите значение выражения $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2 - 16 \cdot \frac{1}{5}$.

Ответ: _____.

2 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из следующих чисел наибольшее?

- 1) $a + b$ 2) $-a$ 3) $2b$ 4) $a - b$

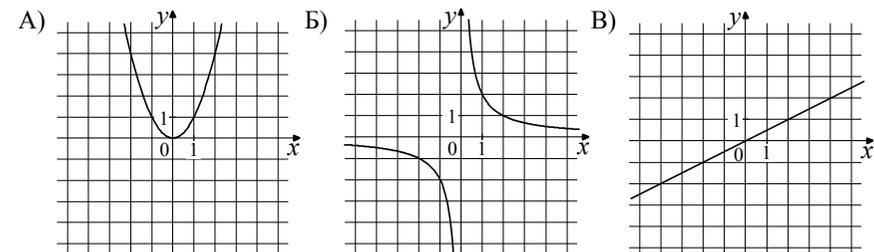
3 Значение какого из выражений является числом рациональным?

- 1) $(\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 3)$
 2) $\frac{(\sqrt{5})^2}{\sqrt{10}}$
 3) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$
 4) $(\sqrt{6} - 3)^2$

4 Найдите корни уравнения $x^2 + 7x - 18 = 0$.

Ответ: _____.

5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



- 1) $y = x^2$ 2) $y = \frac{x}{2}$ 3) $y = \sqrt{x}$ 4) $y = \frac{2}{x}$

Ответ:

А	Б	В

6 Дана арифметическая прогрессия: $-4; -2; 0 \dots$. Найдите сумму первых десяти её членов.

Ответ: _____.

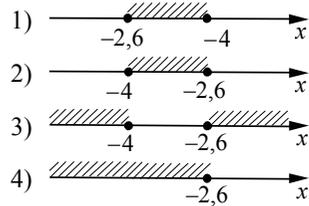
7 Упростите выражение $(2 - c)^2 - c(c + 4)$, найдите его значение при $c = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Ответ: _____.

8 Решите систему неравенств

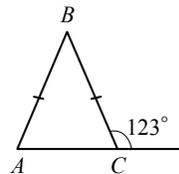
$$\begin{cases} 5x + 13 \leq 0, \\ x + 5 \geq 1. \end{cases}$$

На каком рисунке изображено множество её решений?



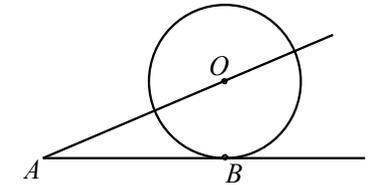
Модуль «Геометрия»

9 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC внешний угол при вершине C равен 123° . Найдите величину угла ABC . Ответ дайте в градусах.



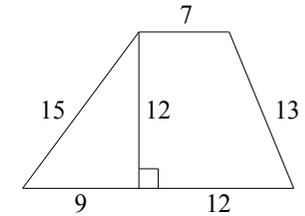
Ответ: _____.

10 К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 12$ см, $AO = 13$ см.



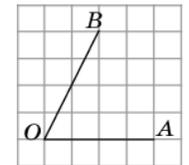
Ответ: _____.

11 Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



Ответ: _____.

12 Найдите тангенс угла AOB , изображенного на рисунке.



Ответ: _____.

13 Укажите номера **верных** утверждений.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Если в ромбе один из углов равен 90° , то такой ромб — квадрат.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14** В таблице приведены нормативы по бегу на 30 метров для учащихся 9-х классов.

Отметка	Мальчики			Девочки		
	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

Какую отметку получит девочка, пробежавшая эту дистанцию за 5,36 секунды?

- 1) Отметка «5».
- 2) Отметка «4».
- 3) Отметка «3».
- 4) Норматив не выполнен.

- 15** На графике изображена зависимость атмосферного давления (в миллиметрах ртутного столба) от высоты над уровнем моря (в километрах). На какой высоте (в км) летит воздушный шар, если барометр, находящийся в корзине шара, показывает давление 540 миллиметров ртутного столба?

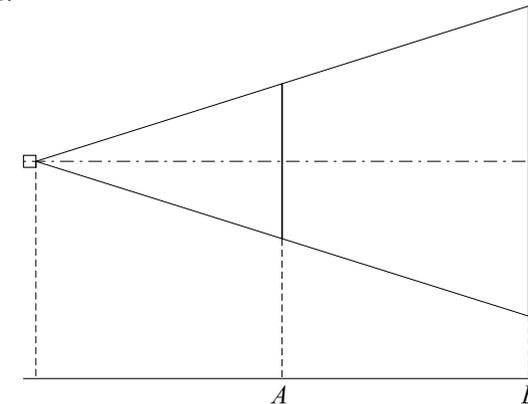


Ответ: _____.

- 16** Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: _____.

- 17** Проектор полностью освещает экран *A* высотой 80 см, расположенный на расстоянии 250 см от проектора. На каком наименьшем расстоянии (в сантиметрах) от проектора нужно расположить экран *B* высотой 160 см, чтобы он был полностью освещён, если настройки проектора остаются неизменными?



Ответ: _____.

18

Завуч школы подвёл итоги контрольной работы по математике в 9-х классах. Результаты представлены на круговой диаграмме.



Какое из утверждений относительно результатов контрольной работы **неверно**, если всего в школе 120 девятиклассников?

- 1) Более половины учащихся получили отметку «3».
- 2) Около четверти учащихся отсутствовали на контрольной работе или получили отметку «2».
- 3) Отметку «4» или «5» получила примерно шестая часть учащихся.
- 4) Отметку «3», «4» или «5» получили более 100 учащихся.

Ответ: _____.

19

На тарелке лежат пирожки, одинаковые на вид: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с яблоками. Петя наугад выбирает один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с яблоками.

Ответ: _____.

20

Период колебания математического маятника T (в секундах) приближенно можно вычислить по формуле $T = 2\sqrt{l}$, где l — длина нити (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите длину нити маятника (в метрах), период колебаний которого составляет 3 секунды.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21

Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

22

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость течения реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

23

Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

24

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

25

В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

26

Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на задание с выбором ответа и с кратким ответом ставится 1 балл. Задание с выбором ответа считается выполненным верно, если указан номер верного ответа. Если указаны два и более ответов (в том числе правильный), неверный ответ или ответ отсутствует, ставится 0 баллов.

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	-3
2	2
3	1
4	-9; 2
5	142
6	50
7	0
8	2
9	66
10	5
11	168
12	2
13	13
14	2
15	2,5
16	1980
17	500
18	4
19	0,2
20	2,25

Решения и критерии оценивания заданий части 2
Модуль «Алгебра»

21

Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$.

Решение.

$$\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{(9 \cdot 2)^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = \frac{3^{2n+6} \cdot 2^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}} = 3^{2n+6-(2n+5)} \cdot 2^{n+3-(n-2)} = 3 \cdot 2^5 = 96.$$

Ответ: 96.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Правильно выполнены преобразования, получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка или описка вычислительного характера (например, при вычитании), с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
2	Максимальный балл

22

Рыболов в 5 часов утра на моторной лодке отправился от пристани против течения реки, через некоторое время бросил якорь, 2 часа ловил рыбу и вернулся обратно в 10 часов утра того же дня. На какое расстояние от пристани он отплыл, если скорость реки равна 2 км/ч, а собственная скорость лодки 6 км/ч?

Решение.

Пусть искомое расстояние равно x км. Скорость лодки при движении против течения равна 4 км/ч, при движении по течению равна 8 км/ч. Время, за которое лодка доплывёт от места отправления до места назначения и обратно, равно $\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{8}\right)$ часа. Из условия задачи следует, что это время равно

$$3 \text{ часа. Составим уравнение: } \frac{x}{4} + \frac{x}{8} = 3.$$

Решив уравнение, получим $x = 8$.

Ответ: 8 км.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Правильно составлено уравнение, получен верный ответ
2	Правильно составлено уравнение, но при его решении допущена вычислительная ошибка, с её учётом решение доведено до ответа
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 13x^2 + 36}{(x-3)(x+2)}$ и определите, при каких значениях параметра c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение. Разложим числитель дроби на множители:

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 4)(x^2 - 9) = (x - 2)(x + 2)(x - 3)(x + 3)$$

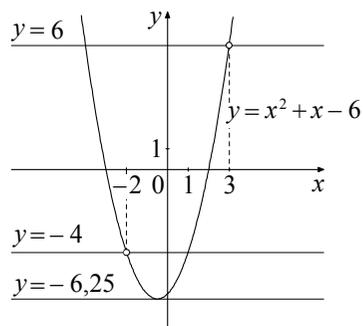
При $x \neq -2$ и $x \neq 3$ функция принимает вид:

$$y = (x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6,$$

её график — парабола, из которой выколоты точки $(-2; -4)$ и $(3; 6)$.

Прямая $y = c$ имеет с графиком ровно одну общую точку либо тогда, когда проходит через вершину параболы, либо тогда, когда пересекает параболу в двух точках, одна из которых — выколотая. Вершина параболы имеет координаты $(-0,5; -6,25)$.

Поэтому $c = -6,25$, $c = -4$ или $c = 6$.



Баллы	Критерии оценивания выполнения задания
4	График построен правильно, верно указаны все значения c , при которых прямая $y = c$ имеет с графиком только одну общую точку
3	График построен правильно, указаны не все верные значения c
0	Другие случаи, не соответствующие указанным выше критериям
4	<i>Максимальный балл</i>

Модуль «Геометрия»

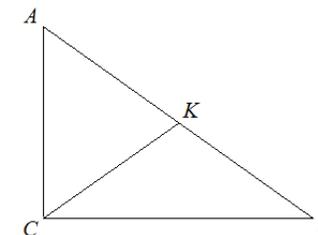
24

В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом C известны катеты: $AC = 6$, $BC = 8$. Найдите медиану CK этого треугольника.

Решение.

$$CK = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \sqrt{AC^2 + BC^2} = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 64} = 5.$$

Ответ: 5.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Получен верный обоснованный ответ
1	При верных рассуждениях допущена вычислительная ошибка, возможно приведшая к неверному ответу
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

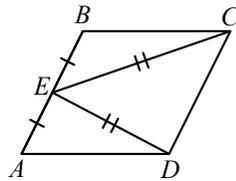
Комментарий. 1. Чертеж при выполнении задания необязателен.

2. Учащийся может привести любое другое решение, например, с использованием средней линии треугольника или описанной окружности.

- 25** В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

Доказательство. Треугольники BEC и AED равны по трём сторонам.

Значит, углы CBE и DAE равны. Так как их сумма равна 180° , то углы равны 90° . Такой параллелограмм — прямоугольник.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Доказательство верное, все шаги обоснованы
2	Ход доказательства верный, но отсутствуют некоторые ссылки, например, в приведённом решении не указан признак равенства треугольников
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
3	Максимальный балл

Комментарий. 1. Учащийся может использовать для доказательства любой из известных ему признаков прямоугольника.

2. Учащийся может привести любое другое доказательство, например, с использованием средней линии.

- 26** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.

Пусть O — центр данной окружности, а Q — центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

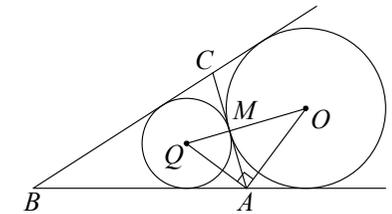
Точка касания M окружностей делит AC пополам.

AQ и AO — биссектрисы смежных углов, значит, угол OAQ прямой. Из

прямоугольного треугольника OAQ получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно,

$$QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{9}{2} = 4,5.$$

Ответ: 4,5.



Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
3	Ход решения верный, чертёж соответствует условию задачи, но пропущены существенные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
4	Максимальный балл

Комментарий. Учащийся может привести любое другое решение, используя дополнительное построение (например, провести радиусы в точки касания на одну сторону угла).